

## Komentarze do zadań z badania DUMa 2014

### Zadania 5 i 6

Do poprawnego rozwiązania zadań 5 i 6 niezbędne jest wykonanie prostych obliczeń zegarowych, ale najważniejsza jest umiejętność starannego przeanalizowania i zrozumienia reguły rządzącej uczestnictwem kolejnych drużyn w zawodach.

Uczeń lepiej będzie rozumiał tę regułę, jeśli samodzielnie rozpisze ją w najwygodniejszy dla siebie sposób. Może to być wypisanie kolejno godzin rozpoczęcia i zakończenia pracy przez kilka pierwszych drużyn. Patrząc na wypisane (np. w tabeli) godziny uczeń może zauważyć ogólną regułę pozwalającą obliczyć czas rozpoczęcia lub zakończenia pracy przez dowolną drużynę. Jeśli jednak uczeń nie potrafi jeszcze jasno sformułować tej ogólnej prawidłowości to może po prostu wypisać kolejno wszystkie drużyny – w ten sposób także uzyska poprawne odpowiedzi do obu zadań. Uczeń może również posłużyć się rysunkiem – osią czasu, na której zaznaczy godziny rozpoczęcia i zakończenia prac drużyn.

W zadaniach tych trzeba wykazać się umiejętnością analizy przedstawionych danych i na tej podstawie zbudować własną strategię rozwiązania. Omawiając to zadanie w klasie warto spytać uczniów o stosowane przez nich strategie i docenić ich różnorodność.

Warto też uzmysłowić uczniom nieprzypadkowy dobór proponowanych odpowiedzi. Na przykład w zadaniu 5. wybór odpowiedzi D. (Sześć) świadczy o tym, że uczeń nie uwzględnił zakończenia pracy przez I drużynę o 10:10. Ten błąd popełnia spory odsetek uczniów. Wynika on z nieuważnego przeczytania zadania lub nie uświadomienia sobie znaczenia jednej z podanych informacji. Z kolei wybór odpowiedzi B. (Cztery) prawdopodobnie bierze się stąd, że uczeń nie wziął pod uwagę rozpoczęcia pracy przez I drużynę o 10:00 i liczył od 10:02.

Po omówieniu tego zadania w klasie można także zachęcić uczniów do formułowania kolejnych pytań dotyczących opisanej sytuacji, a następnie do samodzielnego wymyślania zadań zawierających jakieś reguły postępowania. Taki rodzaj zadań daje szansę uczniom, którzy na co dzień nie są zbyt aktywni na lekcjach matematyki.

### Zadanie 9

To zadanie można rozwiązać pracowicie obliczając obwody otrzymanych prostokątów, sumując je parami i porównując otrzymane wyniki. Można jednak zauważyć, że suma obwodów w każdym przypadku składa się z czterech boków poziomych oraz z kawałków boków pionowych, które powstały z rozcięcia identycznych odcinków. Wobec tego sumy pionowych odcinków, a co za tym idzie również całych obwodów są dla każdego kwadratu identyczne.



Pierwszy z podanych sposobów rozwiązania jest prosty i skuteczny, ale stosując go łatwo popełnić błąd rachunkowy. Pozwala on jednak słabszym uczniom znaleźć rozwiązanie. Przy takim rachunkowym podejściu do zadania uczniowie mogą jednak nie zauważyć ogólnej własności geometrycznej, ilustrowanej podanymi przykładami. Dlatego przy tym sposobie rozwiązania warto potraktować uzyskane wyniki liczbowe jako punkt wyjścia do ogólniejszych spostrzeżeń.

Drugi sposób natomiast nie jest widoczny natychmiast, ale jest znacznie szybszy i całkowicie odporny na błędy rachunkowe, ponieważ w ogóle nie wykorzystuje się w nim danych liczbowych. Tym sposobem będą pracowali uczniowie, którzy mają dobrze wyrobione intuicje geometryczne lub naturalną umiejętność spostrzegania postawionego problemu w ogólniejszej postaci.

Aby uczniowie mieli większą szansę dostrzeżenia tego drugiego sposobu rozwiązania należy czasami rozwiązywać w klasie proste zadania geometryczne o danych w postaci ogólnej lub po rozwiązaniu zadania z konkretnymi danymi liczbowymi należy zatrzymać się i wspólnie z uczniami przyjrzeć otrzymanemu wynikowi: Co nam mówi? Jak można go zinterpretować? Czy nie podpowiada innego, może prostszego sposobu rozwiązania? A może otrzymany wynik może posłużyć do rozwiązania innego, trudniejszego zadania? Taki „rzut oka wstecz” na właśnie rozwiązane zadanie i otrzymany wynik może zachęcić uczniów do bardziej ogólnego, syntetycznego spojrzenia na postawiony problem, a w konsekwencji ułatwi dostrzeżenie ogólniejszych, bardziej uniwersalnych rozwiązań.

Przykładem godnym polecenia na początek jest seria zadań o wycinaniu kwadratu z prostokąta, w taki sposób, że bok kwadratu jest częścią boku prostokąta, oraz badanie obwodu powstałej figury. Po rozwiązaniu jednego lub kilku takich zadań z konkretnymi danymi liczbowymi, gdy już uczniowie uchwycą istotne zależności między odcinkami, można przejść do wersji uogólnionej. Zadanie jest rachunkowo nietrudne, a zarazem nieoczywiste, stanowi więc dobry materiał do uczenia i ćwiczenia umiejętności modelowania i uogólniania uzyskiwanych wyników.

### Zadanie 13

Zadanie osadzone jest w realiach bliskich uczniom. Na pierwszy rzut oka wydaje się ono bardzo podobne do typowych zadań tekstowych rozwiązywanych w szkole podstawowej. Jednak szybko okazuje się, że standardowe metody używane w takich przypadkach zawodzą.

Na wyższych etapach kształcenia wystarczy w takim przypadku ułożenie i rozwiązanie równania lub układu równań z dwiema niewiadomymi. Jednak w piątej klasie większość uczniów nie zna jeszcze takich narzędzi algebraicznych. A nawet jeśli je zna, to nie ma jeszcze wprawy w ich używaniu. Dlatego rozwiązanie zadania wymaga od nich zastosowania innego sposobu rozwiązania, polegającego na sprawdzaniu różnych możliwości. Trudność w tym



sprawdzeniu może stanowić fakt, że trzeba kontrolować, czy spełnione są jednocześnie oba podane w zadaniu warunki: łączna liczba kupionych przez Basię ramek oraz kwota, którą za nie zapłaciła.

Jeśli uczniowie nie rozwiązywali tego typu zadań na lekcji, często nie zdają sobie sprawy, że mogą zastosować taką metodę. Dlatego nie wolno ignorować rozwiązywania takich problemów z uczniami w klasie. Rozwiązując to zadanie podczas zajęć należy dać szansę wszystkim uczniom na przedstawienie swojego sposobu rozwiązania i zachęcać do samodzielnych prób poszukiwania i uzasadniania możliwych rozwiązań.